

Applications - Chapitre 8

Loi d'action-réaction, collisions



A.8.1 Machine d'Atwood

A.8.2 Oscillateurs harmoniques couplés

A.8.1 Machine d'Atwood

A.8.2 Oscillateurs harmoniques couplés

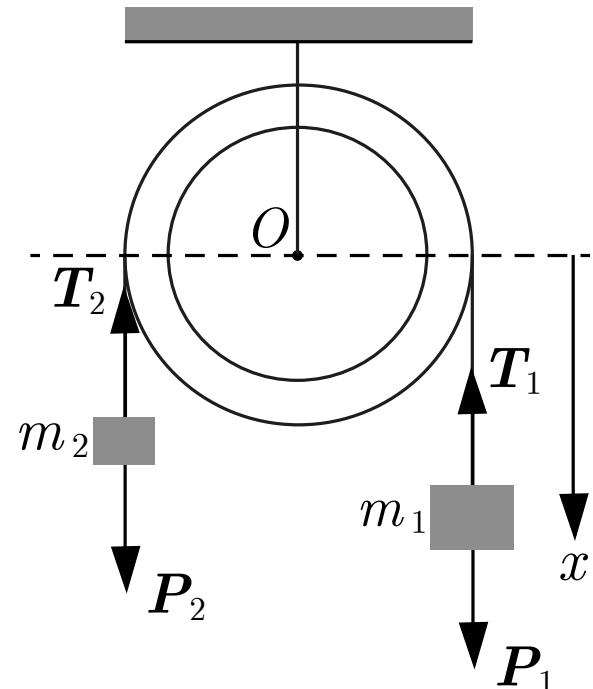
- Une masse m_1 est reliée par un fil de masse négligeable à une masse m_2 . Le fil se déplace avec la rotation de la poulie de masse négligeable sans glissement relatif.
- Equations du mouvement :

① Sous-système ① :

selon \hat{x} : (A.8.1)

② Sous-système ② :

selon \hat{x} : (A.8.2)



- Conditions de liaison entre ① et ② :

① Fil (inextensible) :

② Poulie (masse négligeable) :

- Equations du mouvement couplées :

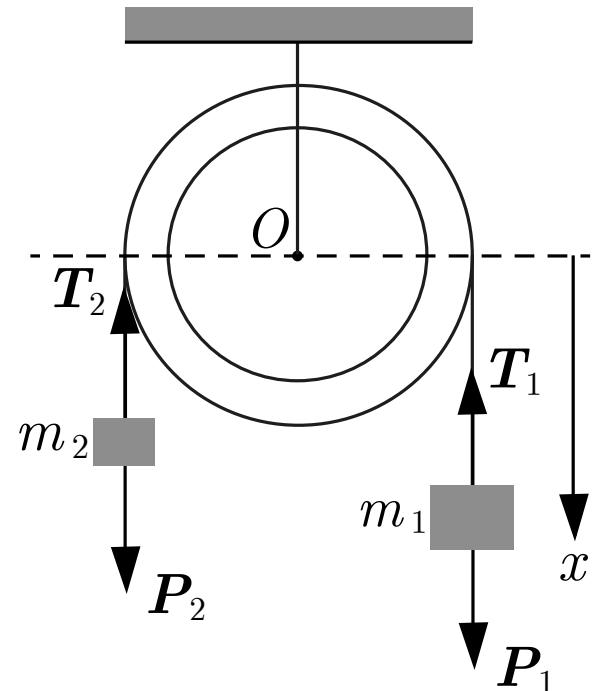
$$(A.8.1) \Rightarrow$$

$$(A.8.3)$$

$$(A.8.2) \Rightarrow$$

$$(A.8.4)$$

- (A.8.3) – (A.8.4) :



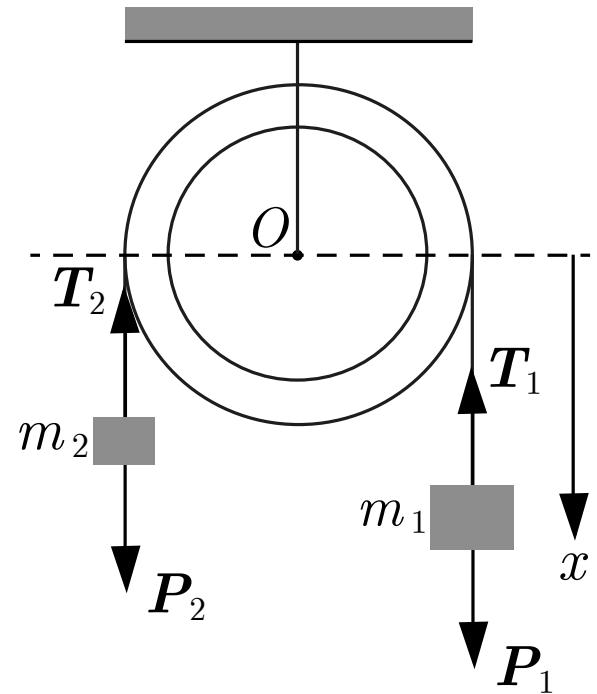
$$(A.8.5)$$

- Equation du mouvement :

$$\ddot{x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \quad (A.8.5)$$

- Tension : (A.8.3) \Rightarrow

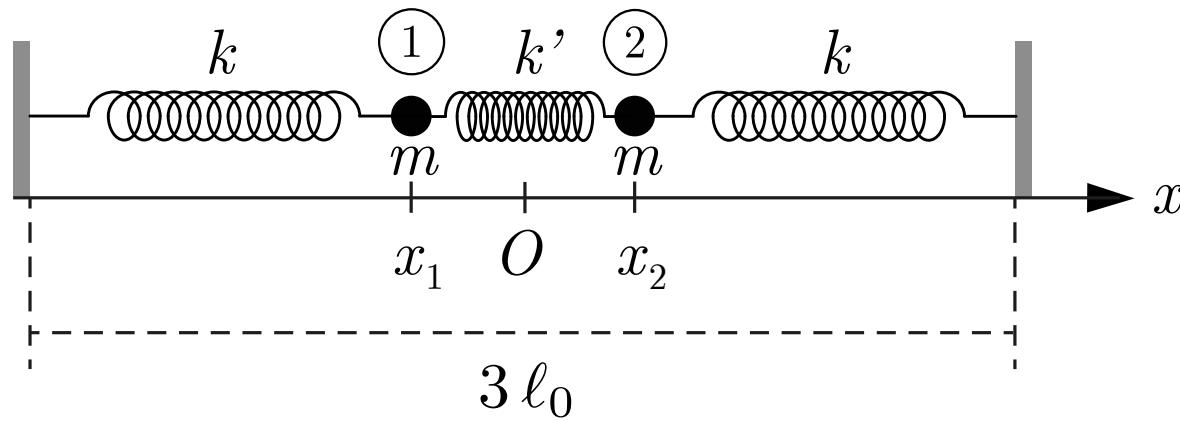
$$(A.8.6)$$



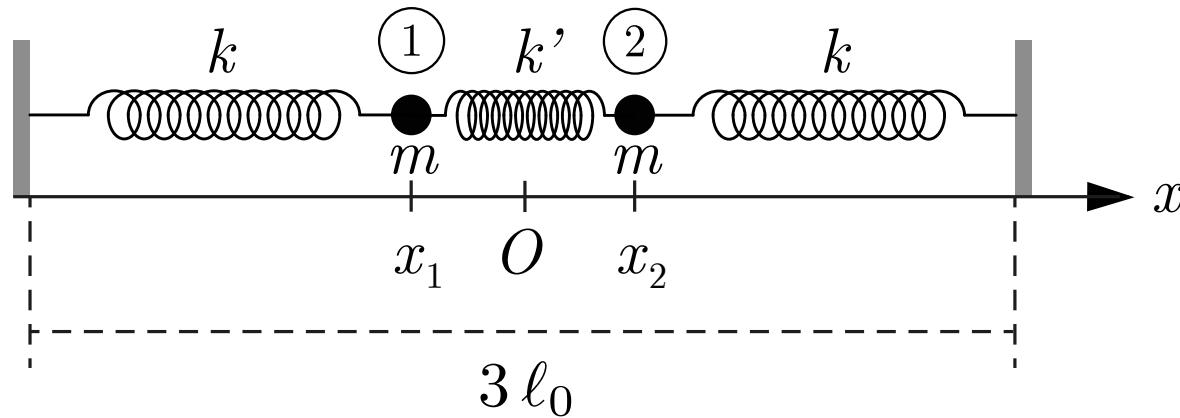
- | | | | |
|------|---------------|---------------|------------------------------|
| ① Si | \Rightarrow | \Rightarrow | m_1 descend et m_2 monte |
| ② Si | \Rightarrow | \Rightarrow | équilibre |
| ③ Si | \Rightarrow | \Rightarrow | m_1 monte et m_2 descend |

A.8.1 Machine d'Atwood

A.8.2 Oscillateurs harmoniques couplés



- Deux points matériels de masse m coulissent sans frottement sur un rail horizontal de longueur $3\ell_0$. Ils sont attachées à deux ressorts identiques de constantes élastiques k et de longueur à vide ℓ_0 maintenus fixes aux deux extrémités du rail. Les deux points matériel sont reliés entre eux par un ressort de constante élastique k' et de longueur à vide ℓ_0 .
- A l'équilibre, les distances entre les point matériels ① ou ② et l'origine O , située au centre du rail, est $\ell_0/2 = x_2 = -x_1$.



① Sous-système ① :

- Force extérieures (axe horizontal) :

 - Force élastique (gauche) :

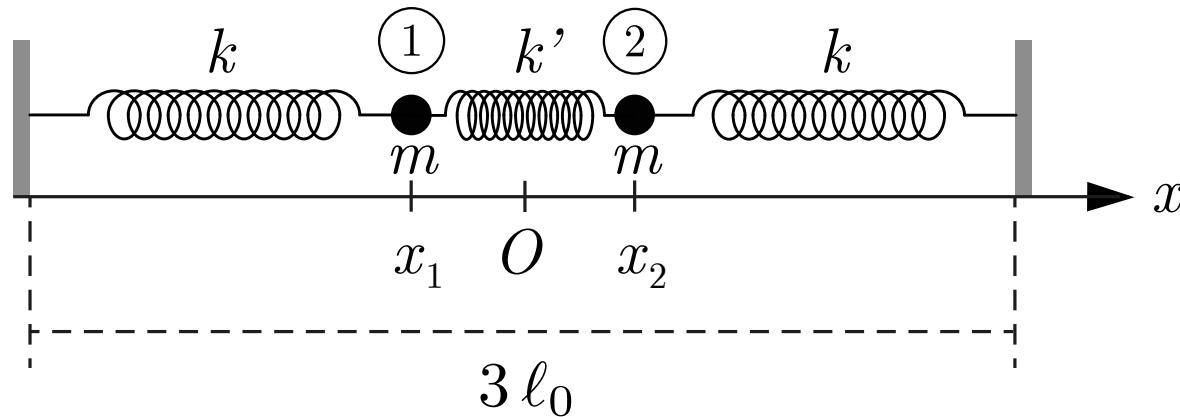
 - Force élastique (centre) :

- Equation du mouvement :

(A.8.7)

selon \hat{x} :

(A.8.8)



② Sous-système ② :

- Force extérieures (axe horizontal) :

 - Force élastique (droite) :

 - Force élastique (centre) :

- Equation du mouvement :

(A.8.9)

selon \hat{x} :

(A.8.10)

- Loi d'action-réaction :

(A.8.11)

- Equations du mouvement :

(A.8.12)

- Centre de masse :

(A.8.14)

- (A.8.14) \Rightarrow (A.8.12) + (A.8.13) :

(A.8.15)

Le mouvement du centre de masse X_G est un oscillateur harmonique de pulsation $\omega_G \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}$.

- Position relative :

(A.8.16)

- (A.8.16) \Rightarrow (A.8.13) – (A.8.12) :

(A.8.17)

- Déformation relative :

(A.8.18)

- Equation du mouvement relatif :

(A.8.19)

Le mouvement de déformation relative y est un oscillateur harmonique de pulsation $\omega_x \equiv \sqrt{\frac{k + 2k'}{m}}$.

• Equations horaires :

① Centre de masse :

(A.8.20)

② Position relative :

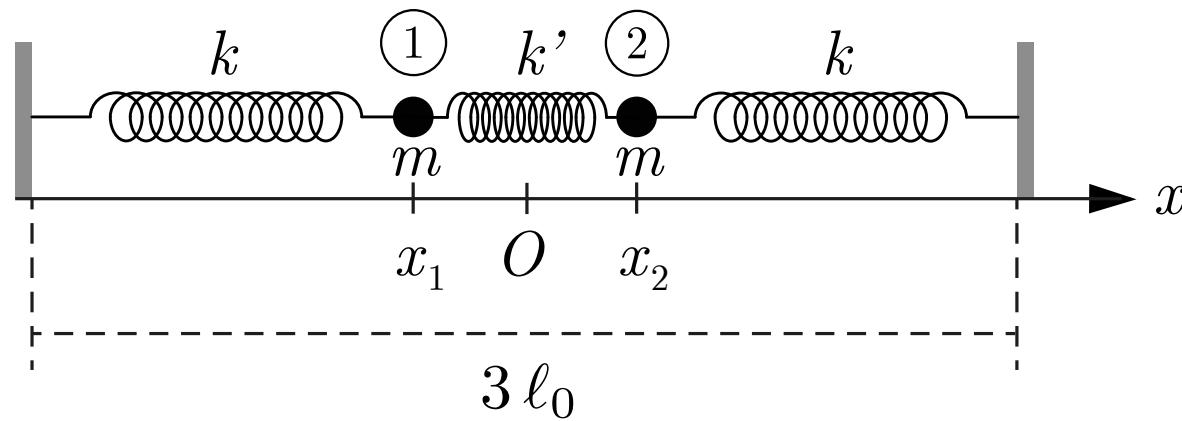
(A.8.21)

③ Position du point matériel ① :

(A.8.22)

④ Position du point matériel ② :

(A.8.23)



① Mouvement général

combinaison linéaire de mouvements oscillatoires de pulsations ω_G et ω_x

② Mouvement oscillatoire en phase de pulsation ω_G

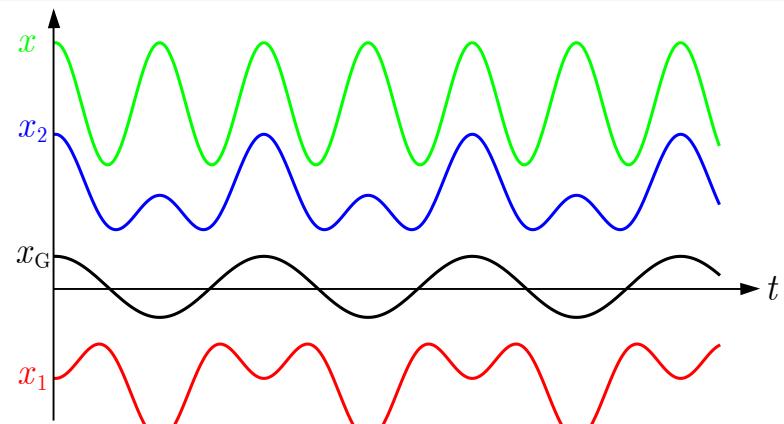
si

③ Mouvement oscillatoire en opposition de phase de pulsation ω_x

si

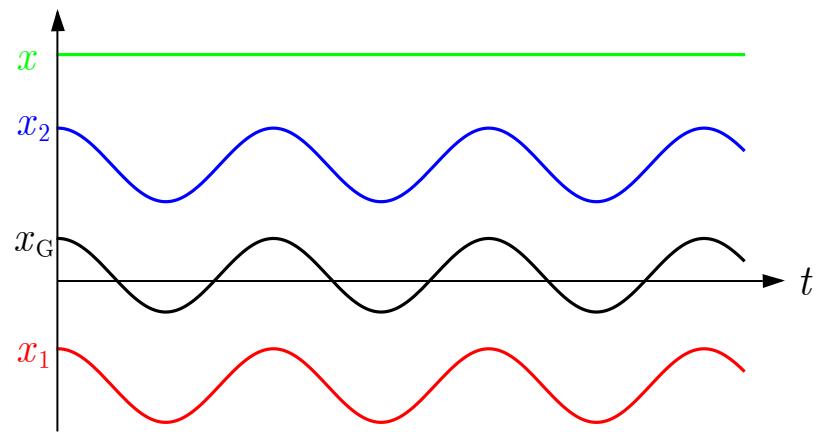
① Mouvement général :

- $x(t)$ périodique (ω_x)
- $x_2(t)$ ssi $\omega_x/\omega_G \in \mathbb{Q}$
- $X_G(t)$ périodique (ω_G)
- $x_1(t)$ ssi $\omega_x/\omega_G \in \mathbb{Q}$



② Mouvement en phase :

- $x(t)$ constant (ℓ_0)
- $x_2(t)$ périodique (ω_G)
- $X_G(t)$ périodique (ω_G)
- $x_1(t)$ périodique (ω_G)



③ Mouvement en opposition de phase :

- $x(t)$ périodique (ω_x)
- $x_2(t)$ périodique (ω_x)
- $X_G(t)$ constant (0)
- $x_1(t)$ périodique (ω_x)

